

# ALGORITMOS GENÉTICOS

*Prof. Dilermando Piva Jr.*  
((Compilação de diversas fontes na Internet))



## INTRODUÇÃO

- Principal motivação para o estudo da computação evolutiva
- Otimização de processos complexo e que possuem um grande número de variáveis
- O que é otimizar?



## INTRODUÇÃO

- Princípio básico: Evolução natural
- A evolução natural pode ser vista como um processo de otimização no qual:
  - Indivíduos e populações competem entre si por recursos
    - Alimento
    - Água
    - Abrigo



## INTRODUÇÃO

- Idéia principal da Computação Evolutiva é o seguinte:
  - Indivíduos mais bem sucedidos na sobrevivência e atração de um parceiro terão, relativamente, mais descendentes
    - Espalham seus genes
  - Indivíduos mal sucedidos geram poucos ou nenhum descendente
    - Tendem a desaparecer



## PRÉ-DARWINIANOS

- T. Malthus (~1800) - Pastor anglicano e economista
  - Idéia de economia da natureza
- J. Lamarck - Milico e naturalista (1809)
  - Criou a expressão "biologia"
  - Evolução, baseada em uso e desuso e hereditariedade



## TERMINOLOGIA

- Indivíduo
  - Simple membro da população.
- Cromossomo e Genoma:
  - Coleção de genes
  - Estrutura de dados que codifica a solução de uma problema.
- Genótipo
  - Na biologia, representa a composição genética contida no Genoma. Nos AGs, representa a informação contida no cromossomo ou genoma.



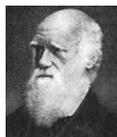
## TERMINOLOGIA

- Fenótipo:
  - Objeto ou estrutura construída a partir das informações do genótipo.
  - É o cromossomo decodificado.
    - Exemplo: Se o cromossomo codifica as dimensões de um edifício, então o fenótipo é o edifício construído.
- Gene:
  - Codifica um simples parâmetro do problema



## TEORIA DA EVOLUÇÃO

- 1859 - Charles Darwin publica o livro “A Origem das Espécies”:



Charles Darwin

*“As espécies evoluem pelo princípio da seleção natural e sobrevivência do mais apto.”*



## TEORIA DA EVOLUÇÃO



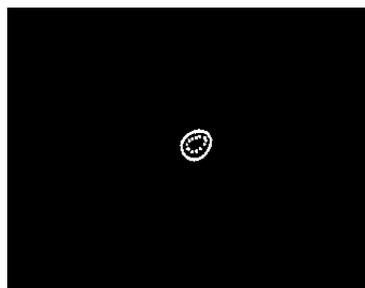
Gregor Mendel



- 1865- Gregor Mendel apresenta experimentos do cruzamento genético de ervilhas.
  - Pai da genética.
- A Teoria da Evolução começou a partir da conceituação integrada da seleção natural com a Genética.



## EVOLUÇÃO (RÁPIDA) ATÉ NÓS...



## ALGORITMOS GENÉTICOS

- São técnicas de busca e otimização.
- É a metáfora da teoria da evolução das espécies iniciada pelo Fisiologista e Naturalista inglês Charles Darwin.
- Desenvolvido por John Holland (1975) e seus alunos.
- Popularizado por David Goldberg (1989).



## NATURAL X ARTIFICIAL

Genética Natural	Genética Artificial
Cromossomos	Strings
Genótipo (conjunto de Cromossomos de um indivíduo)	Estruturas (conjuntos de strings)
Fenótipo (organismo formado pela interação da carga genética com o meio ambiente)	Decodificação da estrutura em um conjunto de parâmetros que formam uma solução em particular
Genes (elementos que compõem os cromossomos, são formados por sequências de DNA)	Parte de uma string que codifica um determinado parâmetro
Alelos (proteínas que compõem o DNA)	Cada um dos bits que compõem a String de uma estrutura
Meio-Ambiente	Função Objetivo (Fitness)



## OTIMIZAÇÃO

- É a busca da melhor solução para um dado problema.
  - Consiste em tentar várias soluções e usar a informação obtida para conseguir soluções cada vez melhores.
- Exemplo de otimização:
  - Telespectador através de ajuste na antena da televisão otimiza a imagem buscando várias soluções até alcançar uma boa imagem.



## OTIMIZAÇÃO

- As técnicas de otimização, geralmente, apresentam:
  - Espaço de busca: onde estão todas as possíveis soluções do problema;
  - Função objetivo: utilizada para avaliar as soluções produzidas, associando a cada uma delas uma nota.



## CARACTERÍSTICAS DOS ALGORITMOS GENÉTICOS

- É um algoritmo estocástico (não é determinístico ou seja aleatório).
- Trabalha com uma população de soluções simultaneamente.
- Utiliza apenas informações de custo e recompensa. Não requer nenhuma outra informação auxiliar (como por exemplo o gradiente).



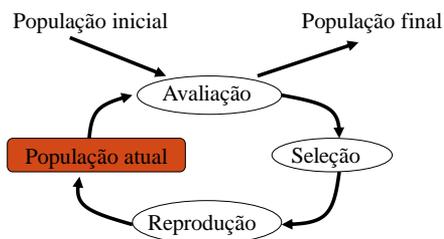
## CARACTERÍSTICAS DOS ALGORITMOS GENÉTICOS (II)

- São fáceis de serem implementados em computadores.
- Adaptam-se bem a computadores paralelos.
- São facilmente hibridizados com outras técnicas.
- Funcionam com parâmetros contínuos ou discretos.



## ALGORITMOS GENÉTICOS

- Funcionamento:



## ALGORITMOS GENÉTICOS (CONCEITOS BÁSICOS)

- AG manipula uma população de indivíduos.
- Indivíduos são possíveis soluções do problema.
- Os indivíduos são combinados (crossover) uns com os outros, produzindo filhos que podem sofrer ou não mutação.
- As populações evoluem através de sucessivas gerações até encontrar a solução ótima.



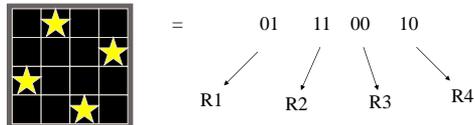
## APLICAÇÕES

- Em problemas difíceis de otimização, quando não existe nenhuma outra técnica específica para resolver o problema.
- Otimização de funções numéricas em geral
- Otimização combinatória
  - Problema do caixeiro viajante
  - Problema de empacotamento
  - Alocação de recursos (*job shop scheduling*)
- Aprendizado de Máquina
- Projetos



## EXEMPLO DE MODELAGEM

- Problema das N-Rainhas:
  - A posição de cada rainha é dada por uma subcadeia do cromossomo
  - Exemplo para N = 4:



## O ALGORITMO GENÉTICO BINÁRIO



## ALGORITMO GENÉTICO TRADICIONAL

1. Gerar a população inicial.
2. Avaliar cada indivíduo da população.
3. Enquanto critério de parada não for satisfeito faça
  - 3.1 Selecionar os indivíduos mais aptos.
  - 3.2 Criar novos indivíduos aplicando os operadores crossover e mutação.
  - 3.3 Armazenar os novos indivíduos em uma nova população.
  - 3.4 Avaliar cada cromossomo da nova população.



## PROBLEMA 1

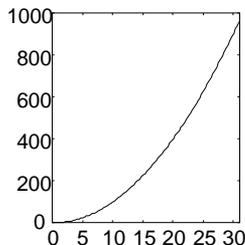
**Problema:** Use um AG para encontrar o ponto máximo da função:

$$f(x) = x^2$$

com  $x$  sujeito as seguintes restrições:

$$0 \leq x \leq 31$$

$x$  é inteiro



## INDIVÍDUO

- Cromossomo
  - Estrutura de dados que representa uma possível solução para o problema.
  - Os parâmetros do problema de otimização são representados por cadeias de valores.
- Exemplos:
  - Vetores de reais, (2.345, 4.3454, 5.1, 3.4)
  - Cadeias de bits, (111011011)
  - Vetores de inteiros, (1,4,2,5,2,8)
  - ou outra estrutura de dados.



## INDIVIDUO (II)

- **Aptidão**
  - Nota associada ao indivíduo que avalia quão boa é a solução por ele representada.
- **Aptidão pode ser:**
  - Igual a função objetivo (raramente usado na prática).
  - Resultado do **escalonamento** da função objetivo.
  - Baseado no **ranking** do indivíduo da população.



## CROMOSSOMO DO PROBLEMA 1

- Cromossomos binários com 5 bits:
  - **0 = 00000**
  - **31 = 11111**
- **Aptidão**
  - Neste problema, a aptidão pode ser a própria função objetivo.
  - Exemplo:
 
$$\text{aptidão}(00011) = f(3) = 9$$



## SELEÇÃO

- **Seleção**
  - Imitação da seleção natural.
  - Os melhores indivíduos (maior aptidão) são selecionados para gerar filhos através de crossover e mutação.
  - Dirige o AG para as melhores regiões do espaço de busca.
- **Tipos mais comuns de seleção**
  - Proporcional a aptidão.
  - Torneio.



## POPULAÇÃO INICIAL DO PROBLEMA 1

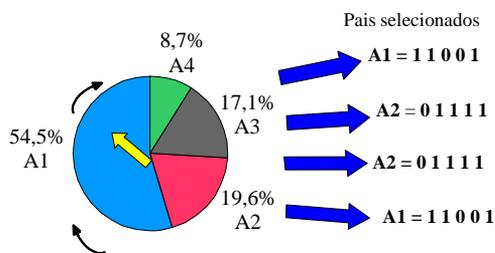
É aleatória (mas quando possível, o conhecimento da aplicação pode ser utilizado para definir população inicial)

	cromossomos	$x$	$f(x)$	Prob. de seleção
Pop. inicial	A <sub>1</sub> = 1 1 0 0 1	25	625	54,5%
	A <sub>2</sub> = 0 1 1 1 1	15	225	19,6%
	A <sub>3</sub> = 0 1 1 1 0	14	196	17,1%
	A <sub>4</sub> = 0 1 0 1 0	10	100	8,7%

Probabilidade de seleção proporcional a aptidão 
$$p_i = \frac{f(x_i)}{\sum_{k=1}^N f(x_k)}$$



## SELEÇÃO PROPORCIONAL A APTIDÃO (ROLETA)



## SELEÇÃO POR TORNEIO

- Escolhe-se  $n$  (tipicamente 2 ou 3) indivíduos aleatoriamente da população e o melhor é selecionado.

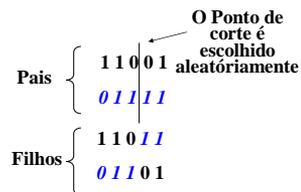


## CROSSOVER E MUTAÇÃO

- Combinam pais selecionados para produção de filhos.
- Principais mecanismos de busca do AG.
- Permite explorar áreas desconhecidas do espaço de busca.

## CROSSOVER DE 1 PONTO

O crossover é aplicado com uma dada probabilidade denominada *taxa de crossover* (60% a 90%)



Se o crossover é aplicado os pais trocam suas caldas gerando dois filhos, caso contrário os dois filhos serão cópias exatas dos pais.

## MUTAÇÃO

Mutação inverte os valores dos bits.

A mutação é aplicada com dada probabilidade, denominada *taxa de mutação* (~1%), em cada um dos bits do cromossomo.

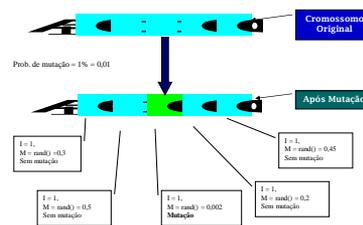
Antes da mutação 0 1 1 0 1  
Depois 0 0 1 0 1

Aqui, apenas o 2o.bit passou no teste de probabilidade

A taxa de mutação não deve ser nem alta nem baixa, mas o suficiente para assegurar a diversidade de cromossomos na população.

## MUTAÇÃO

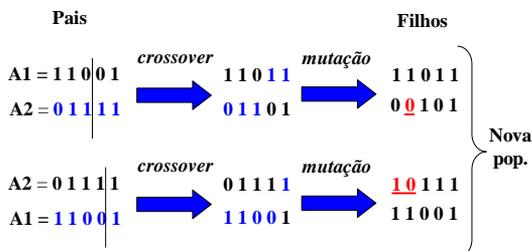
A mutação é aplicada com dada probabilidade, denominada *taxa de mutação* (~1%), em cada um dos bits do cromossomo.



Note que:

- Baixa Taxa de Mutação → Mudanças são lentas.
- Alta Taxa de Mutação → traços desejados não são mantidos (Caos)

## A PRIMEIRA GERAÇÃO DO PROBLEMA 1



## A PRIMEIRA GERAÇÃO DO PROBLEMA 1 (II)

cromossomos	x	f(x)	prob. de seleção	
1	11011	27	729	29,1%
2	11001	25	625	24,9%
3	11001	25	625	24,9%
4	10111	23	529	21,1%

AS DEMAIS GERAÇÕES DO PROBLEMA 1

	$x$	$f(x)$
<b>Segunda Geração</b>	1 11011	27 729
	2 11000	24 576
	3 10111	23 529
	4 10101	21 441

	$x$	$f(x)$
<b>Terceira Geração</b>	1 11011	27 729
	2 10111	23 529
	3 01111	15 225
	4 00111	7 49

AS DEMAIS GERAÇÕES DO PROBLEMA 1 (II)

	$x$	$f(x)$
<b>Quarta Geração</b>	1 11111	31 961
	2 11011	27 729
	3 10111	23 529
	4 10111	23 529

	$x$	$f(x)$
<b>Quinta Geração</b>	1 11111	31 961
	2 11111	31 961
	3 11111	31 961
	4 10111	23 529

OUTROS CROSSOVER ´S

- Crossover de 2-pontos

```

pai1 010011000101011
pai2 001001110001101
-----
filho1 010001110101011
filho2 001011000001101
    
```

Considerado melhor que o crossover de 1 ponto.

CROSSOVER DE N-PONTOS

```

pai1 101010010101001
pai2 001001110011010
-----
filho1 101001110010101
filho2 001010010001101
    
```

Crossover de 4-pontos

CROSSOVER UNIFORME

Máscara de bits aleatória 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0

```

pai1 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0
      ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
filho1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0
      ↑ ↑ ↑ ↑
pai2 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0
    
```

O filho1 tem 50% de chance de levar um bit do pai1 e 50% de chance de levar um bit de pai2

O filho2 leva o que sobra de pai1 e pai2

PROBLEMA 2

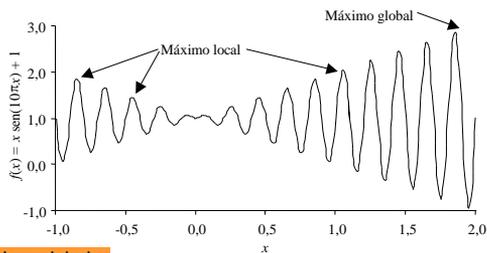
Achar o máximo da função utilizando Algoritmos Genéticos,

$$f(x) = x \text{ seno}(10\pi x) + 1,0$$

Restrita ao intervalo:

$$-1,0 \leq x \leq 2,0$$

### PROBLEMA 2 (II)



Máximo global:  
 $x = 1,85055$   
 $f(x) = 2,85027$

### PROBLEMA 2 (III)

- Função multimodal com vários pontos de máximo.
- É um problema de otimização global (encontrar o máximo global)
- Não pode ser resolvido pela grande maioria dos métodos de otimização convencional.
- Há muitos métodos de otimização local, mas para otimização global são poucos.

### O CROMOSSOMO PROBLEMA 2

- Representar o único parâmetro deste problema (a variável  $x$ ) na forma de um cromossomo:
  - Quantos bits deverá ter o cromossomo?
  - Quanto Mais bits melhor precisão numérica.
  - Longos cromossomos são difíceis de manipular.
  - Para cada decimal é necessário 3,3 bits
  - Cromossomo com 22 bits

1000101110110101000111

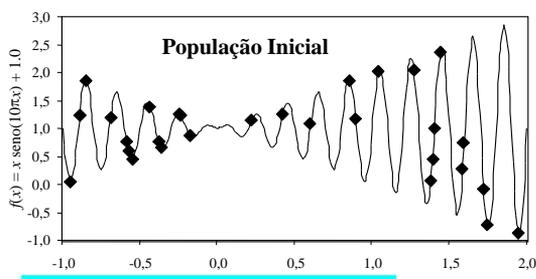
### O CROMOSSOMO PROBLEMA 2 (II)

- Decodificação
  - cromossomo = 1000101110110101000111
  - $b_{10} = (1000101110110101000111)_2 = 2288967$
  - Valor de  $x$  precisa estar no intervalo  $[-1,0; 2,0]$

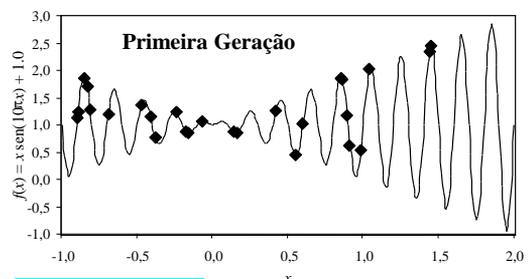
$$x = \min + (\max - \min) \frac{b_{10}}{2^l - 1}$$

$$x = -1 + (2 + 1) \frac{2.288.967}{2^{22} - 1} = 0,637197$$

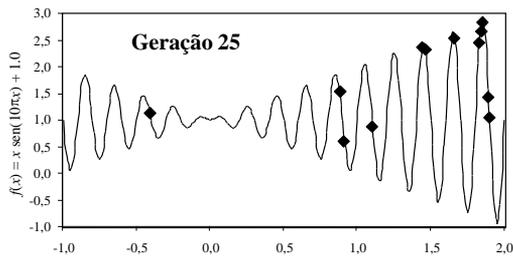
### AS GERAÇÕES DO PROBLEMA 2



### AS GERAÇÕES DO PROBLEMA 2 (II)

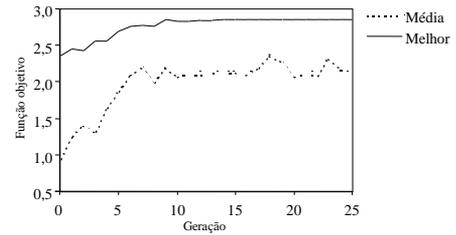


### AS GERAÇÕES DO PROBLEMA 2 (III)



A maioria dos indivíduos encontraram o máximo global

### AS GERAÇÕES DO PROBLEMA 2 (IV)

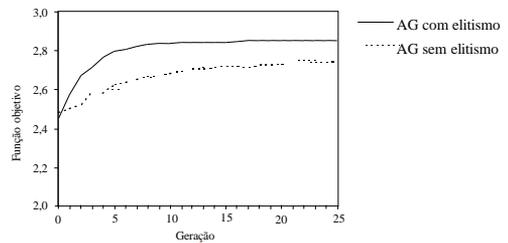


Na geração 15 o AG já encontrou o ponto máximo

### ELITISMO

- O crossover ou mutação podem destruir a melhor indivíduo.
- Por que perder a melhor solução encontrada?
- Elitismo transfere a cópia do melhor indivíduo para a geração seguinte.

### ELITISMO NO PROBLEMA 2



AG com elitismo é melhor ?

### CRITÉRIOS DE PARADA

- Número de gerações.
- Encontrou a solução (quando esta é conhecida).
- Perda de diversidade.
- Convergência
  - nas últimas  $k$  gerações não houve melhora da na aptidão

### EXERCÍCIO

- Encontrar de  $x$  para o qual a função  $f(x) = x^2 - 3x + 4$  assume o valor mínimo.
- Assumir que  $x \in [-10, +10]$
- Codificar  $X$  como vetor binário
- Criar uma população inicial com 4 indivíduos
- Aplicar Mutação com taxa de 1%
- Aplicar Crossover com taxa de 60%
- Usar seleção por torneio.
- Usar 5 gerações.

## REFERÊNCIAS

- T. Mitchell. *Machine Learning*. McGraw Hill, New York, 1997.
- Stuart Russell and Peter Norvig, *Artificial Intelligence - A Modern Approach*. Prentice Hall, 1995.

